る。従って，温度変化とかの外的要因の変化に対して，式(7)をCDWの運動に直した時に，不変な関係を探さなくてはならない。

1) 詳しくは，高山氏の報告，あるいは，そこの文献を参考の事。
2) Z. -b. Su and B. Sakita, Phys. Rev. **163** (1986), 780; Prog. Theor. Phys. Suppl. No. 86 (1986), 238.
3) S. Barnes and A. Zawaclowski, Phys. Rev. Lett. **51** (1983), 1003.

超流動 ^{3}He，分数電荷，アノマリー (Dirac Sea と Fermi Sea)

静岡大・教養　中 原 幹 夫

超流動 ^{3}He のA相はSO(3)という比較的複雑なオーダーパラメタを持つためにトポロジカルにも面白い性質を持っている。ここでは最近 Volovik や Stone 達によって指摘された，超流動 ^{3}He のA相における，分数電荷およびカイラルアノマリーに関連した現象について紹介する。

A相のオーダーパラメタは

$$A_{\mu i} = \Delta_0 \hat{d}_\mu \Delta_i \tag{1}$$

で表わされる。Δ_0 はギャップの大きさ，$\hat{d}_\mu$ はスピン空間の単位ベクトル，Δ_i は実空間の単位ベクトル $\hat{\Delta}_1$ と $\hat{\Delta}_2$ を用いて $\vec{\Delta} = \hat{\Delta}_1 + i\hat{\Delta}_2$ と表わされる。$\hat{l} = \hat{\Delta}_1 \times \hat{\Delta}_2$ はクーパー対の角運動量（大きさ1）の向きを表わす。質量のカレントは

$$\vec{g} = \rho \vec{v}_s + \frac{1}{4}\rho \,\mathrm{curl}\, \hat{l} - \frac{1}{2}\rho \hat{l}(\hat{l}\cdot \mathrm{curl}\, \hat{l}) \tag{2}$$

で与えられる。第1項はクーパー対の重心運動，第2項は磁性体における“magnetic current”に対応している。第3項の微視的な解釈は不明であった。ここではこの項が分数電荷（と言っても ^{3}He は中性なので分数フェルミオン数であるが）やカイラルアノマリーに対応している事を示す。

$(\hat{\Delta}_1, \hat{\Delta}_2, \hat{l})$ の空間的配置を Texture と言うが，与えられた Texture のもとでの準粒子の励起は南部-Gorkov (NG) 方程式

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{\vec{p}^2}{2m} - \mu\right) & \frac{\Delta_0}{2p_F}\{p_j, \Delta_j\} \\ \frac{\Delta_0}{2p_F}\{p_j, \Delta_j^*\} & -\left(\frac{\vec{p}^2}{2m} - \mu\right) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix} = E_n \begin{pmatrix} u_n \\ v_n \end{pmatrix} \tag{3}$$

で記述される。例えば$\vec{\Delta}=\hat{x}+i\hat{y}$の時，固有値は$E_p^2=\varepsilon_p^2+\Delta_0^2(\hat{p}_x^2+\hat{p}_y^2)$で与えられ，$\hat{l}=\pm\hat{z}$の方向にギャップの節がある事がわかる。(→カイラルアノマリーの可能性)一方 xy 平面上でギャップは最大値Δ_0をとり，ソリトン的な Texture のもとで Mid Gap 状態が存在する。(→分数電荷の可能性)

例として$\hat{l}$の domain wall $\hat{l}=(0,\ \sin\theta,\ \cos\theta)$をとる。ただし$\theta=\theta(x)$，$\theta(0)=0$とする。$\vec{\Delta}$として$x=0$の近くで

$$\vec{\Delta}\cong\hat{x}+i\hat{y}-i\hat{z}Bx \tag{4}$$

をとると，NG-方程式の解は

$$E_{n,p_z}=\mathrm{sgn}\,\varepsilon\left[\varepsilon^2+2n|Bp_z|\left(\frac{\Delta_0}{p_F}\right)^2\right]^{1/2} \tag{5}$$

ただし　$\varepsilon=\dfrac{p_z^2}{2m}-\mu$

となる。ここで$n=0$の解は$p_z<0$の時しか存在しない。したがって真空(Fermi Sea)をフェルミ面迄準粒子をうめることによって定義すると，$p_z<0$の粒子の方が$p_z>0$の粒子よりも多いことになり，$-z$方向(domain wall に平行な方向)に質量の流れが存在する。これはNG-方程式の各方向$\hat{p}$について分数電荷を求め，それを$\hat{p}$について加えたものと等しい。いずれの方法で求めても，カレントに対する寄与は$-\frac{1}{2}\rho\hat{l}(\hat{l}\cdot\mathrm{curl}\,\hat{l})$となり(2)式の第3項を与える。

次に一様な$\hat{l}$-texture を考える。以前見たように，準粒子の励起スペクトルは

$$E_p^2=\varepsilon_p^2+\Delta_0^2(\hat{p}\times\hat{l})^2 \tag{6}$$

となり，$\hat{p}=\hat{l}$(北極)および$\hat{p}=-\hat{l}$(南極)にギャップの節が存在する。これらの極ではNG-方程式は Weyl 方程式に帰着する。

$$\left[(i\partial_t-eA_0)-c_{ij}\sigma_i\left(\frac{1}{i}\partial_j-eA_j\right)\right]\xi=0 \tag{7. a}$$

$$\left[(i\partial_t-eA_0)+c_{ij}\sigma_i\left(\frac{1}{i}\partial_j-eA_j\right)\right]\eta=0. \tag{7. b}$$

ここに〝光速〟は

$$c_{ij}=\frac{p_F}{m}\hat{l}_i\hat{l}_j+\frac{\Delta_0}{p_F}(\delta_{ij}-\hat{l}_i\hat{l}_j) \tag{8}$$

〝電荷〟は$e\equiv\hat{p}\cdot\hat{l}=\pm1$である。$e=+1$を R-electron，$e=-1$を L-positron と呼ぶ。また$\vec{A}=p_F\hat{l}$，$A_0=p_F\hat{l}\cdot\vec{v}_s$で与えられる。ここで$A_0=0$ととり$\hat{l}$即ち$\vec{A}$を断熱的に動かすと(orbital wave)これは本来ならばゲージ変換であるが，準粒子のスペクトルは変化する。すると最初定義した真空(Fermi Sea)から断熱的なゲージ変換で得られた状態は Fermi Sea とはならない。(R-electron の生成及び L-positron の消滅もしくはその逆を生じる。)これは Fermi Sea を Dirac Sea と読みかえればカイラルアノマリーと同じ現象である。実際

$$\rho = < \xi^{\dagger} \xi > + < \eta^{\dagger} \eta > \tag{9}$$

は保存されるが

$$\rho_5 = < \xi^{\dagger} \xi > - < \eta^{\dagger} \eta > \tag{10}$$

は保存されない。即ち運動量$- p_F \hat{l}$の付近の準粒子数と$+ p_F \hat{l}$の準粒子数の和は保存するが，差は保存しない。従って全運動量$\sim \vec{p} \rho_5$も保存しない。Volovik は(2)式の第3項が，この運動量非保存によるもののであることを示した。

主な文献は

G. E. Volovik JETP Lett. **43** (1986) 551.

JETP Lett. **42** (1985) 363.

M. Stone in "*Symposium on Anomalies, Gemometry, Topology*" ed. W. A. Bardeen and A. R. White, World Scientific 1985.